

Calibração de Acelerômetro Triaxial Utilizando Filtro de Kalman

Fernando A. A. Coelho¹, Fernando P. dos Santos², Fernando C. Lizarralde³ e Marcos Pinto⁴
DSAM/Marinha do Brasil¹, PEE-COPPE/UFRJ², PEE-COPPE/UFRJ³ e IPQM/Marinha do Brasil⁴

Resumo — Este artigo apresenta um novo modelo de calibração para os acelerômetros de Unidades de Medidas Inerciais (UMI) e propõe a aplicação de um Filtro de Kalman Estendido (Extended Kalman Filter) para a estimação dos parâmetros do modelo. O modelo e a técnica de estimação propostos foram comparados com outros modelos e métodos pesquisados na literatura.

Palavras-chaves — Acelerômetro triaxial, Modelagem, Calibração, Filtro de Kalman.

I. INTRODUÇÃO

A equação (1) apresenta o modelo para calibração do acelerômetro pendular sugerido pelo IEEE [1].

$$V = (a_x + b + \gamma_y a_z + \gamma_z a_y + B_{xz} a_x a_z + B_{xy} a_x a_y + B_{xx} a_x^2 + B_{xxx} a_x^3) K \quad (1)$$

Onde:

- V = tensão elétrica medida na saída do acelerômetro (V);
- a_x = componente de aceleração no centro de gravidade do pêndulo do acelerômetro ao longo do eixo de medição, x (m/s²);
- a_y = componente de aceleração no centro de gravidade do pêndulo do acelerômetro ao longo do eixo y , ortogonal a x (m/s²);
- a_z = componente de aceleração no centro de gravidade do pêndulo do acelerômetro ao longo do eixo z , ortogonal a x e a y (m/s²);
- K = fator de escala do acelerômetro (Vs²/m);
- b = “bias” ou deriva permanente do acelerômetro (m/s²);
- γ_y = desalinhamento em torno do eixo y (rad);
- γ_z = desalinhamento em torno do eixo z (rad);
- B_{xy} (B_{xz}) = deriva devida a entrada simultânea de acelerações nos eixos x e y (x e z) (s²/m); e
- B_{xx} e B_{yyy} : deriva devida a não-linearidade quadrática e cúbica, respectivamente [(s²/m) e (s⁴/m²) respectivamente].

Este modelo, por apresentar termos de deriva cruzada (B_{xy} e B_{xz}), torna difícil a sua utilização na prática, quando o que se deseja é: dado V , achar a_x , a_y e a_z ao qual está submetido o acelerômetro.

Mesmo com o uso de três acelerômetros nas posições ortogonais, a solução deste problema tornar-se complexa ao ponto de tornar o modelo desinteressante.

Coelho, F. A. A., feraac@hotmail.com.br, Santos, F. P., fernando@fps.eng.br, Lizarralde, F. C., fernando@coep.ufrj.br e Pinto, M., mpinto@ipqm.mar.mil.br

Um modelo simplificado, em que são negligenciados os termos de deriva cruzada e os termos de deriva quadrática (B_{xx}) e cúbica (B_{xxx}) vem sendo preferido em trabalhos mais recentes [3]. Este modelo, no entanto, não leva em conta as não-linearidades que são comuns em sistemas dessa natureza, e que na UMI em estudo chega a ser de 0,23% do fundo de escala [4].

O modelo proposto neste trabalho despreza os termos cruzados, porém mantém os termos quadráticos e cúbicos de modo a reduzir a não-linearidade com a calibração. O modelo resultante, apresentado na equação (2), é uma equação de terceiro grau, que possui solução conhecida na Álgebra [5].

$$V_i = S_i \cdot a_i + S_{2i} a_i^2 + S_{3i} a_i^3 + \delta_i \quad (2)$$

Onde:

- i = índice que representa o acelerômetro do conjunto triaxial, podendo ser 1, 2 ou 3.
- V_i = tensão elétrica medida na saída do acelerômetro i (V);
- a_i = componente de aceleração no centro de gravidade do pêndulo do acelerômetro i ao longo do seu eixo de medição (m/s²);
- S_i = fator de escala do acelerômetro i (Vs²/m);
- δ_i = “bias” ou deriva permanente do acelerômetro i (m/s²); e
- S_{2i} e S_{3i} = termos quadrático e cúbico do acelerômetro i .

Nesta equação os desalinhamentos dos acelerômetros não aparecem explicitamente, porém ao se escrever a aceleração a_i em função das componentes de aceleração no triedro de vetores ortonormais da mesa inercial, X_m , Y_m , Z_m , estes desalinhamentos aparecem explicitamente na equação, conforme será desenvolvido a seguir.

Faça o índice m denotar o triedro da mesa inercial e b da base da mesa simuladora de movimentos que, neste procedimento, será considerada alinhada com a vertical do lugar. O triedro m também será considerado inercial, pois os sensores em estudo não têm sensibilidade para “sentir” a rotação da terra. Seja x^m a representação do vetor unitário na direção X_m , no triedro da mesa, ou seja,

$$x^m = [1 \quad 0 \quad 0]^T \quad (3)$$

Rotacionando-se x^m de um ângulo β_i em torno do eixo Y_m (*pitch*), em seguida de um ângulo γ_i em torno do eixo Z_m (*yaw*), obteremos um vetor unitário P_i^m na direção do acelerômetro i , representado na base m .

O vetor P_i^m , então, pode ser representado por pré-multiplicações das matrizes de rotação unitárias R_{y_i} e R_{z_i} pelo vetor x^m [2].

$$R_{y_i} = \begin{bmatrix} \cos \beta_i & 0 & \sin \beta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta_i & 0 & \cos \beta_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$R_{z_i} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_i & -\sin \gamma_i & 0 \\ \sin \gamma_i & \cos \gamma_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$P_i^m = R_{z_i} R_{y_i} x^m = \begin{bmatrix} \cos \gamma_i \cos \beta_i \\ \sin \gamma_i \cos \beta_i \\ -\sin \beta_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

Perceba-se que este conjunto de rotações elementares refere-se a rotações em torno do triedro fixo m . No entanto, o mesmo vetor P_i^m pode ser obtido rotacionando-se o vetor x^m de um ângulo γ_i em torno do eixo z , em seguida de um ângulo β_i em torno do eixo y' do triedro corrente. Desse modo as matrizes de rotações elementares (4) e (5) são pós-multiplicadas [2] gerando o mesmo resultado da equação (6).

Representando-se a aceleração a que está submetido o acelerômetro na base m , tem-se

$$a^m = [a_x \quad a_y \quad a_z]^T \quad (7)$$

A aceleração sentida pelo sensor i , então, é dada pelo produto escalar dos vetores (6) e (7)

$$a_i = (P_i^m)^T a^m \quad (8)$$

Se o acelerômetro triaxial é montado sobre a mesa, de modo que os ângulos γ e β sejam pequenos, então podemos aproximar $\cos \gamma = \cos \beta = 1$, $\sin \gamma = \gamma$ e $\sin \beta = \beta$, e a equação (8) torna-se

$$a_i = a_x + \gamma a_y - \beta a_z \quad (9)$$

Substituindo (9) em (2), e eliminando-se os termos de ordem superior de γ e β , obtém-se a equação (10) após reorganização dos termos.

$$V = S a_x + S \gamma a_y - S \beta a_z + 2S_2 \gamma a_x a_y - 2S_2 \beta a_x a_z + S_2 a_x^2 + S_3 a_x^3 + 3S_3 a_x^2 (\gamma a_y - \beta a_z) + \delta \quad (10)$$

Na equação (10) o índice i foi suprimido para simplificar a notação.

Comparando-se (10) com (1) percebe-se que o modelo proposto, possui todos os termos sugeridos em (1), inclusive os termos de deriva cruzada, porém estes são função do termo quadrático (S_2) e do desalinhamento (γ e β). Observe-se também que o penúltimo termo de (10) é um termo novo, que não existia no modelo da equação (1). Este termo sugere que

a existência do desalinhamento (γ e β) e do termo quadrático (a_x^2), concomitantemente, também gera não-linearidade.

Em resumo, as equações (2), (6) e (8) combinadas representam nosso modelo para o acelerômetro triaxial. Calibrar os acelerômetros é encontrar os 18 parâmetros S_i , S_{1i} , S_{2i} , S_{3i} , δ_i , γ_i e β_i , com $i = 1, 2$ ou 3 . Como a voltagem fornecida pelo acelerômetro (V_i) vem adicionada a um ruído, deve-se estimar os 18 parâmetros que minimizam os erros para um conjunto de acelerações impostas ao sensor. No procedimento, também estimaremos o nível de ruído dos sensores.

Ao utilizar o acelerômetro, pretende-se revolver o problema inverso: dado V_i e conhecidos os 18 parâmetros, achar o vetor aceleração representado na base m . Para resolver este problema inicialmente resolvem-se as três equações do 3º grau (2) para a_i . Em seguida faz-se a correção dos desalinhamentos, multiplicando o vetor aceleração representado no triedro do acelerômetro, $[a_1 \ a_2 \ a_3]^T$, pela matriz de transformação formada pelos vetores-coluna P_i^m . O diagrama de blocos da Fig. 1 é uma representação deste algoritmo.

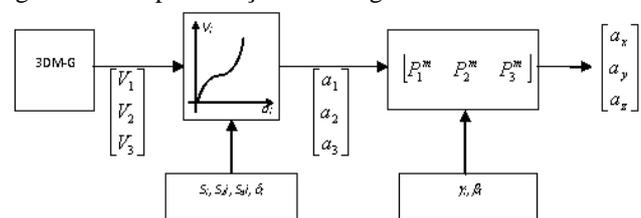


Fig. 1 - Diagrama de blocos do algoritmo para encontrar o vetor aceleração em função das voltagens fornecidas pelos sensores.

II. PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO

Para calibrar o acelerômetro, independentemente do método de estimação ou do modelo empregados, submete-se o acelerômetro a vários valores distintos de aceleração enquanto mede-se o sinal elétrico de saída, V . Em geral, a aceleração medida é a gravidade, e os valores distintos são obtidos alterando-se o ângulo do acelerômetro em relação à vertical.

Neste trabalho, foi utilizada uma mesa inercial simuladora de movimentos com dois graus de liberdade, pertencente ao Laboratório de Sensores Inerciais (LabSIIn), do Instituto de Pesquisas da Marinha (IPqM). A UMI foi instalada sobre um suporte com ângulos de "tilt" e azimute diferentes de zero, de modo que, ao instalar o suporte sobre a mesa, variações em qualquer dos dois ângulos da mesa, gerariam variações de aceleração para os três acelerômetros ao mesmo tempo. Como o procedimento adotado estima os ângulos de alinhamento dos acelerômetros em relação à mesa (γ e β), a precisão dos ângulos do suporte foi negligenciada nesta etapa, pois estão embutidos valores aqueles estimados.

A mesa foi posicionada em vinte posições distintas de ângulo de *pitch* (α), entre -135° e $+135^\circ$, enquanto que para cada posição de *pitch*, o ângulo de *yaw* (β) era variado também de -135° e $+135^\circ$, também com vinte posições diferentes. Para cada posição da mesa, foram tomadas 50 medidas de cada um dos acelerômetros, de modo que, ao final do processo, tinham-se 20 mil medidas tomadas para cada acelerômetro. Adicionalmente, eram realizadas medições do termômetro interno da UMI para avaliar a variação dos parâmetros com a temperatura. Mais tarde foi realizada a validação dos dados, através do *checksum*, de modo que restaram 14.900 medidas. Apesar da estimação por filtro de Kalman poder ser realizada

em tempo real, fez-se a opção por gravar os dados e utilizá-los mais tarde (modo *play-back*).

A UMI 3DM-G possui um conversor analógico-digital (A/D) interno, que converte as tensões elétricas dos sensores para o modo de 16 bits com um bit de sinal, de modo que os valores de saída variam de -32.768 a $+32.767$. Os dados após passarem pelo conversor A/D são chamados de *raws*, após passarem por correção dos desalinhamentos dos sensores passam a ser chamados de *bits* e podem também ter o *bias* corrigido e serem escalonados conforme as calibrações de fábrica. No procedimento de calibração adotado aqui, foram coletados os dados digitais na forma *bits*.

Para estimar os níveis de ruído dos sensores, foi calculado o desvio-padrão das 50 medidas tomadas para cada posição da mesa e, ao final, calculada a média quadrática (RMS – *root-mean-squared*) desses desvios-padrão. Os valores obtidos foram tomados como estimativa dos valores RMS dos ruídos. Para os acelerômetros 1, 2 e 3, o procedimento resultou nos valores de ruídos 32,12rms, 37,77rms, 34,33rms, respectivamente, o que equivale a uma faixa dinâmica de 60,2dB, 58,8dB e 59,6dB, respectivamente.

A. Estimativa dos parâmetros por mínimos-quadráticos

O procedimento de estimativa dos parâmetros do modelo por mínimos quadráticos consiste em definir uma função-custo quadrática, J , e minimizá-la em função dos parâmetros do modelo. Este procedimento foi aplicado em [3] para calibrar o acelerômetro triaxial da UMI 3DM-G e o magnetômetro. Aplicou-se o mesmo método ao modelo proposto aqui, para comparar com o resultado obtido com o procedimento por filtro de Kalman que este trabalho propõe. Neste caso, foram definidas três funções-custo, uma para cada acelerômetro, conforme a equação (11).

$$J(S, S_2, S_3, \delta, \gamma, \beta) = \sum_k [V_k - (S a(\gamma, \beta, \alpha_k, \theta_k) + S_2 a(\gamma, \beta, \alpha_k, \theta_k)^2 + S_3 a(\gamma, \beta, \alpha_k, \theta_k)^3 + \delta)]^2 \quad (11)$$

A função *fminunc* do Matlab foi utilizada para minimizar esta função-custo, como foi feito em [3].

B. Estimativa dos parâmetros por Filtro de Kalman

Para estimar os parâmetros utilizando Filtro de Kalman, sugere-se o seguinte modelo do sistema discreto para cada um dos três acelerômetros.

$$\begin{cases} X_{k+1} = X_k + w_{k+1} \\ Z_k = h(X_k) + v_{k+1} \end{cases} \quad (12)$$

Onde:

- $X = [S \ \gamma \ \beta \ S_2 \ S_3 \ \delta]^T$: estados a serem estimados;
- Z = voltagem medida do acelerômetro;
- $h(X)$ = função não-linear que é o modelo (2) do acelerômetro;
- w = ruído que representa incertezas do modelo do sistema $w=N(0,Q)$, com Q sendo a matriz de covariância do ruído; e
- v = ruído de medição $v = N(0,R)$, com R sendo a matriz de covariância do ruído de medição.

Durante o procedimento de calibração, os ângulos de *pitch* (α) e *yaw* (θ) da mesa serão alterados sucessivas vezes de

modo que a aceleração da gravidade seja medida pelos sensores para cada posição da mesa. A aceleração “sentida” no acelerômetro i é dada por

$$a_i = (P_i^b)^T g^b \quad (13)$$

Onde P_i^b e g^b são os vetores unitários (versores) que indicam a direção do acelerômetro e da gravidade, respectivamente, representados no triedro da base da mesa, b . O vetor P_i^b é dado por

$$P_i^b = R_y(\alpha)R_z(\theta)P_i^m \quad (14)$$

Como será considerado que a mesa está alinhada com a vertical do lugar, então $g^b = -g [0 \ 0 \ 1]^T$, que substituindo em (13) juntamente com (14) dá

$$a_i = -g \begin{bmatrix} -\sin\alpha \cos\theta & \sin\alpha \sin\theta & \cos\alpha \\ \cos\gamma_i \cos\beta_i \\ \sin\gamma_i \cos\beta_i \\ -\sin\beta_i \end{bmatrix} \quad (16)$$

Onde g é a amplitude do vetor aceleração da gravidade. Desse modo, a função $h(X)$ será dada por

$$h(X_{k+1}) = S_{k+1} a_{k+1} + S_{2,k+1} a_{k+1}^2 + S_{3,k+1} a_{k+1}^3 + \delta_{k+1} \quad (17)$$

Como o modelo é não linear, a função $h(X)$ será usada na predição da medição, porém não pode ser aplicada diretamente à covariância [6]. Portanto, o filtro de Kalman a ser implementado é o estendido (EKF), de modo que devemos calcular o Jacobiano de $h(X)$, conforme (18).

$$H_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial S} & \frac{\partial h}{\partial \gamma} & \frac{\partial h}{\partial \beta} & \frac{\partial h}{\partial S_2} & \frac{\partial h}{\partial S_3} & \frac{\partial h}{\partial \delta} \end{bmatrix}_k \quad (18)$$

Onde:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial S} \right|_k = a_k ; \quad \left. \frac{\partial h}{\partial S_2} \right|_k = a_k^2 ; \quad \left. \frac{\partial h}{\partial S_3} \right|_k = a_k^3 ; \quad \left. \frac{\partial h}{\partial \delta} \right|_k = 1$$

$$\left. \frac{\partial h}{\partial \gamma} \right|_k = (S_k + 2S_{2,k} a_k + 3S_{3,k} a_k^2) [R(\alpha, \theta) g^m]^T \begin{bmatrix} -\sin\gamma_k \cos\beta_k \\ \cos\gamma_k \sin\beta_k \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left. \frac{\partial h}{\partial \beta} \right|_k = (S_k + 2S_{2,k} a_k + 3S_{3,k} a_k^2) [R(\alpha, \theta) g^m]^T \begin{bmatrix} -\cos\gamma_k \sin\beta_k \\ \sin\gamma_k \cos\beta_k \\ -\cos\beta_k \end{bmatrix}$$

As equações para o Filtro de Kalman Estendido são:

Predição

$$\hat{X}_{k|k-1} = \hat{X}_{k-1}$$

$$P_{k|k-1} = P_{k-1|k-1} + Q$$

Atualização

$$\begin{aligned}\tilde{y}_k &= Z_k - h(\hat{X}_{k|k-1}) \\ S_k &= H_k P_{k|k-1} H_k^T + R \\ K_k &= P_{k|k-1} H_k^T S^{-1} \\ \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + K_k \tilde{y}_k \\ P_{k|k} &= (I - K_k H_k) P_{k|k-1}\end{aligned}$$

Onde K_k é o ganho do filtro, P_k é a covariância da estimativa, S_k é a covariância do resíduo e H_k é o Jacobiano de $h(X_{k|k-1})$.

III. EFEITOS DA TEMPERATURA

Os sensores MEMS, como a maioria dos dispositivos eletromecânicos, sofrem alteração de suas características com a variação da temperatura. Esta variação reflete no modelo alterando os valores dos parâmetros. As versões mais novas da UMI 3DM-G já têm incorporado uma compensação desse efeito. A Fig. 2 mostra gráficos do fator de escala e do *bias* do acelerômetro em função da temperatura, para a UMI 3DM-GX1, a versão moderna da UMI 3DM-G.

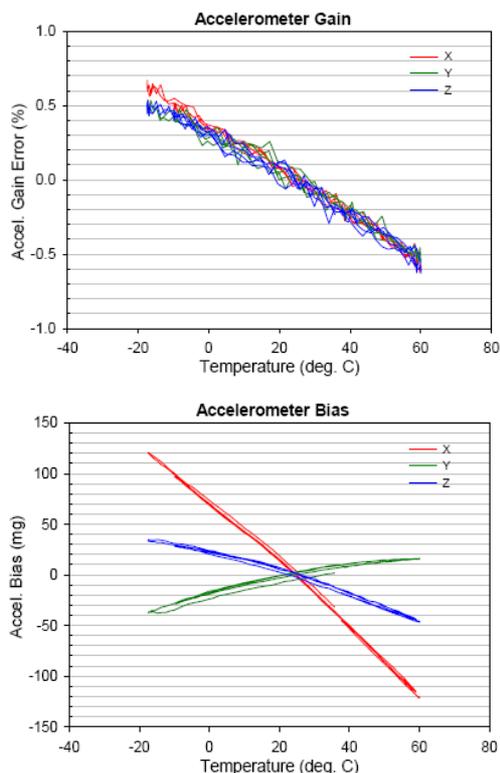


Fig. 2 – Gráficos de variação do fator de escala e bias em função da temperatura para os três acelerômetros de uma UMI 3DM-GX1.

Como o procedimento de alinhamento da mesa e coleta das 50 medidas demanda cerca de 40 segundos, a tomada de todos os 20.000 dados leva cerca de 5 horas, de modo que é natural que haja variação de algumas unidades de graus centígrados na temperatura no decorrer do processo e, conseqüentemente, variação do valor dos parâmetros dos sensores ao longo do tempo. A variação da temperatura medida no sensor interno da UMI e suas conseqüências, então, devem ser avaliadas.

No caso de utilização de filtro de Kalman para estimar os parâmetros, esta variação no valor dos parâmetros é modela-

da como parte do ruído do sistema, w , sendo possível identificar, nos gráficos, essa variação nos parâmetros estimados em função da variação da temperatura.

Como forma de se desprezar este efeito da temperatura e encontrar simplesmente uma estimativa ótima dos parâmetros para o conjunto total das 14.900 medidas válidas, os dados foram sorteados segundo uma distribuição uniforme, antes de serem aplicados ao filtro. Comparando-se as duas formas de aplicação dos dados ao filtro de Kalman (com e sem sorteio dos dados), é possível ter uma idéia do efeito da variação de temperatura nos valores dos parâmetros, como é visto nos resultados experimentais.

IV. SIMULAÇÕES

Para possibilitar os testes dos procedimentos em simulação, foi elaborado um programa para gerar os ângulos de alinhamento da mesa (α , θ), os valores de acelerações $a_i(k)$ aplicadas aos acelerômetros e, a partir destes, os valores de tensões elétricas, $V_i(k)$, medidas em cada acelerômetro.

Os ruídos foram reproduzidos na simulação por meio da função *randn* do Matlab, multiplicada pelos valores RMS calculados. O resultado foi então somado aos valores $V_i(k)$.

TABELA I – VALORES DOS PARÂMETROS DOS ACCELERÔMETROS, UTILIZADOS EM SIMULAÇÃO.

i	S	S_2	S_3	$\gamma(^{\circ})$	$\beta(^{\circ})$	δ
1	800	0,3	0,2	125	30	70
2	810	0,2	0,1	-125	30	50
3	790	0,1	0	0	-135	30

Os valores reais dos parâmetros utilizados nas simulações estão apresentados na Tabela I, enquanto que os valores iniciais necessários aos algoritmos estão na Tabela II.

TABELA II – VALORES INICIAIS UTILIZADOS NOS ALGORITMOS.

i	S	S_2	S_3	$\gamma(^{\circ})$	$\beta(^{\circ})$	δ
1	800	0,1	0,1	135	45	40
2	800	0,1	0,1	-135	45	40
3	800	0,1	0,1	0	-135	40

O valor inicial da matriz de covariância, P_0 , necessário ao filtro de Kalman, foi escolhido de modo a estar na mesma ordem de grandeza dos erros das estimativas iniciais da Tabela II. Assim

$$P_0 = \text{diag} \left(\left[\begin{array}{cccccc} 5 & 5^{\circ} & 5^{\circ} & 5 & 1 & 1 \end{array} \right] \right)^2 \quad (19)$$

Já as matrizes de covariância dos ruídos de medição, R , e do sistema, Q , foram escolhidas de modo a ficarem acima dos ruídos medidos dos acelerômetros e do suposto ruído do modelo. Deste modo

$$\begin{aligned}R &= \text{diag} \left(\left[\begin{array}{ccc} 40 & 40 & 40 \end{array} \right] \right)^2 \\ Q &= \left(\text{diag} \left(\left[\begin{array}{cccccc} 1 & 1^{\circ} & 1^{\circ} & 1 & 0,1 & 0,1 \end{array} \right] \right) \times 10^{-8} \right)^2\end{aligned} \quad (20)$$

A Tabela III apresenta o resultado da simulação da calibração pelo método de mínimos quadráticos. Observa-se que os erros dos ângulos de desalinhamento são menores que 0,5' (meio arco de minuto). A simulação foi realizada com todos os 14.900 dados, entretanto, requereu alteração no parâmetro *options.TolFun* da função *fminunc*, para 1×10^{-3} , caso contrá-

rio, a simulação encerrava atingindo o número máximo de iterações sem encontrar um ponto de mínimo. Para avaliar a qualidade dos parâmetros resultantes foi analisado o valor da função-custo. Para o acelerômetro 1, no ponto de mínimo, $J(S, S_2, S_3, \delta, \gamma, \beta) = 1,4989 \times 10^7$, que dividido pelo número de amostras, $N=14.900$, e retirada a raiz quadrada, resulta no valor RMS do erro da função calculada com os parâmetros estimados.

$$ERRO_{RMS}(J) = \sqrt{\frac{J}{N}} = 31,72 \quad (21)$$

Percebe-se que este valor é bem próximo de 32,12rms, que é a amplitude RMS do ruído do acelerômetro 1, já que não foi adicionado nenhum outro ruído ou imperfeição ao modelo.

TABELA III – RESULTADO DA SIMULAÇÃO COM MÍNIMOS QUADRÁTICOS.

		Acel. 1	Acel. 2	Acel. 3
S	Valor	800,1424	810,0821	789,8915
	Erro	0,1424	0,0821	-0,1085
S ₂	Valor	0,2922	0,2086	0,1050
	Erro	-0,0078	0,0086	0,0050
S ₃	Valor	0,1996	0,0991	-0,0027
	Erro	-0,0004	-0,0009	-0,0027
$\gamma(^{\circ})$	Valor	124,9890	-125,0080	-0,0007
	Erro	-0,0110	0,0080	-0,0007
$\beta(^{\circ})$	Valor	29,9945	29,9937	-135,0062
	Erro	-0,0055	-0,0063	0,0062
δ	Valor	69,9911	49,1753	29,6920
	Erro	-0,0089	-0,8247	0,3080

A Tabela IV, por sua vez, apresenta o resultado da simulação com filtro de Kalman. Os resultados são equiparáveis aos da Tabela III, porém a simulação demorava cerca de 1/3 do tempo da simulação por mínimos quadráticos. A Fig. 3 apresenta graficamente a evolução dessa simulação para o acelerômetro 1. Destes gráficos percebe-se que os ângulos de desalinhamento convergem rapidamente para os valores reais (menos de 100 iterações), enquanto que o bias, δ , é o parâmetro que mais demora a se aproximar-se dos valores reais (cerca de 6.000 iterações). Para os demais acelerômetros os resultados são semelhantes.

TABELA IV – RESULTADO DA SIMULAÇÃO COM FILTRO DE KALMAN.

		Acel. 1	Acel. 2	Acel. 3
S	Valor	800,1673	809,9583	790,4970
	Erro	0,1673	-0,0417	-0,4970
S ₂	Valor	0,3069	0,1929	0,0963
	Erro	0,0069	-0,0071	0,0963
S ₃	Valor	0,1978	0,1021	-0,0106
	Erro	-0,0022	0,0021	-0,0106
$\gamma(^{\circ})$	Valor	125,0102	-124,9951	0,0007
	Erro	0,0102	0,0049	0,0007
$\beta(^{\circ})$	Valor	29,9915	29,9960	-134,9970
	Erro	-0,0085	0,0040	0,0030
δ	Valor	69,4183	50,6722	30,4156
	Erro	-0,5817	0,6722	0,4156

Para avaliar a qualidade dos parâmetros resultantes deste procedimento, foi calculado o desvio padrão do valor do erro da estimativa calculado no algoritmo ($\tilde{y}_k = Z_k - h(\hat{x}_{k|k-1})$), para as últimas 5.000 iterações. Para o acelerômetro 1 resultou em

$$ERRO_{RMS}(\tilde{y}_k) = \sqrt{\sum_{k=9.900}^{14.900} \tilde{y}_k^2 / 5.000} = 32,13 \quad (22)$$

Este erro aproxima-se do ruído adicionado às medidas do acelerômetro, 32,12rms. Neste caso, não foi adicionado ruído adicional do modelo/sistema. Nos resultados experimentais é de se esperar um adicional a este ruído, principalmente relativo à variação dos parâmetros em função da temperatura.

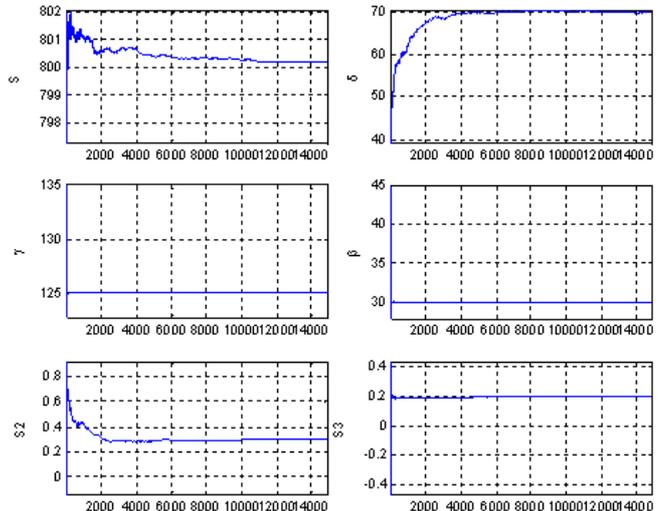


Fig. 3 – Gráficos da simulação do filtro de Kalman para o acelerômetro 1.

V. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A calibração a partir dos dados experimentais foi realizada nas mesmas condições iniciais das simulações. Utilizando os dados no formato *bits* sorteados, foram obtidos os resultados da Tabela V. Percebe-se que os parâmetros estimados pelos dois métodos estão bem próximos, especialmente dos ângulos de desalinhamento. A partir dos valores das funções de minimização foram calculados os erros RMS, conforme (21), obtendo-se 42,62rms, 45,18rms, 43,17rms, para os acelerômetros 1, 2 e 3, respectivamente. Também foram calculados os erros RMS a partir dos valores de \tilde{y} , conforme (22), e resultando em 43,35rms, 45,81rms, 43,46rms, respectivamente.

TABELA V – RESULTADOS EXPERIMENTAIS DA CALIBRAÇÃO DOS ACELERÔMETROS A PARTIR DOS DADOS NO FORMATO BITS.

		Acel. 1	Acel. 2	Acel. 3
S	Kalman	834,6055	834,6454	832,8262
	Min. Quad.	834,2660	834,5660	832,9729
S ₂	Kalman	0,2679	-0,0560	-0,2634
	Min. Quad.	0,2488	-0,0595	-0,2838
S ₃	Kalman	-0,0174	-0,0161	0,0137
	Min. Quad.	-0,0134	-0,0149	0,0110
$\gamma(^{\circ})$	Kalman	125,2376	-125,4852	0,2112
	Min. Quad.	125,2428	-125,4792	0,2113
$\beta(^{\circ})$	Kalman	29,6233	29,5383	-134,4447
	Min. Quad.	29,6210	29,5315	-134,4479
δ	Kalman	35,009566	85,2746	85,7467
	Min. Quad.	36,1923	86,2298	86,9729

A Fig. 4 mostra a evolução da estimação dos parâmetros do acelerômetro 2 utilizando filtro de Kalman, com os dados sorteados, apresentando resultado semelhante ao observado na simulação.

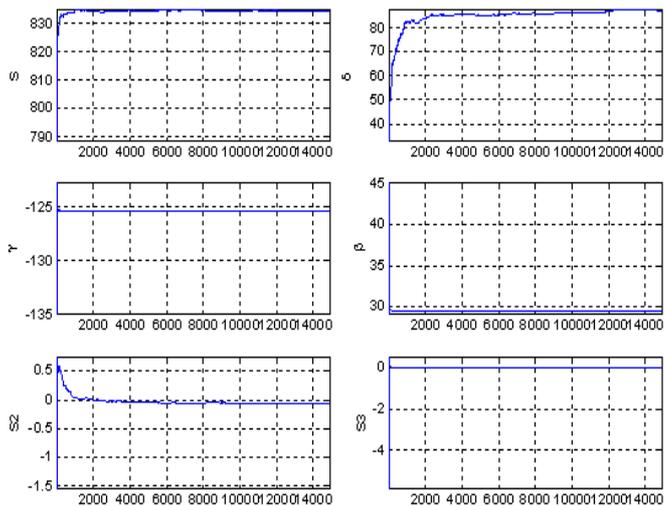


Fig. 4 - Gráfico da estimação dos parâmetros do acelerômetro 2, utilizando filtro de Kalman, com os dados sorteados.

A. Efeito da Temperatura

A Fig. 5 apresenta a evolução da temperatura interna da UMI ao longo do experimento, onde percebe-se uma variação de até 3°C ao longo do tempo. Portanto, é de se esperar que haja uma variação no valor dos parâmetros estimados ao longo do processo. A Fig. 6 apresenta graficamente a evolução das estimativas dos parâmetros do acelerômetro 3 ao longo do experimento, obtidos com os dados na ordem em que foram coletados. Observa-se que, no trecho a partir da amostra 9.000, quando a estimativa dos parâmetros já deve ter convergido e a temperatura passa por uma suave variação de 27°C até 27,5°C, os parâmetros apresentam também uma leve variação semelhante à temperatura, indicando haver uma correlação entre eles.

TABELA VI- Coeficientes de correlação entre os parâmetros estimados e a temperatura.

	S	S_2	S_3	$\gamma(^{\circ})$	$\beta(^{\circ})$	δ
Acel 1	-0,53	0,04	0,71	-0,78	0,49	0,76
Acel 2	-0,30	0,34	0,72	-0,74	0,30	0,69
Acel 3	0,58	0,77	0,75	0,77	-0,71	-0,42

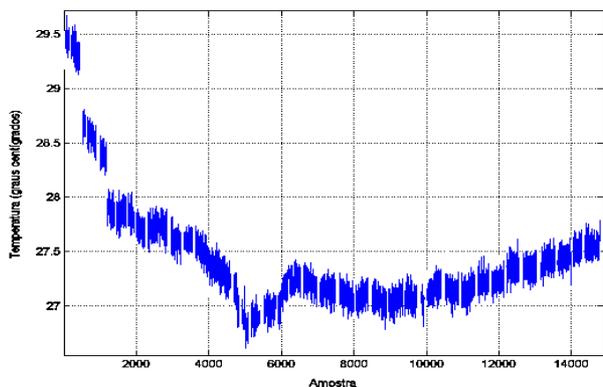


Fig. 5 - Gráfico da evolução da temperatura (°C) ao longo do experimento.

Visando à confirmação desta hipótese, calculou-se o coeficiente de correlação entre a temperatura e a estimativa dos parâmetros para as amostras de 9.000 a 14.000, utilizando a função *corrcoef* do Matlab, pegando-se apenas o elemento da primeira linha e segunda coluna para analisar o nível de cor-

relação. Assim, quanto mais próximo é seu módulo da unidade, mais forte é a correlação entre a temperatura e o parâmetro analisado. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela VI. Percebe-se que a maior parte dos coeficientes de correlação têm módulo maior que 0,5, demonstrando que os respectivos parâmetros dos acelerômetros apresentam correlação com a temperatura, conforme já se percebia comparando os gráficos das Fig. 5 e 6.

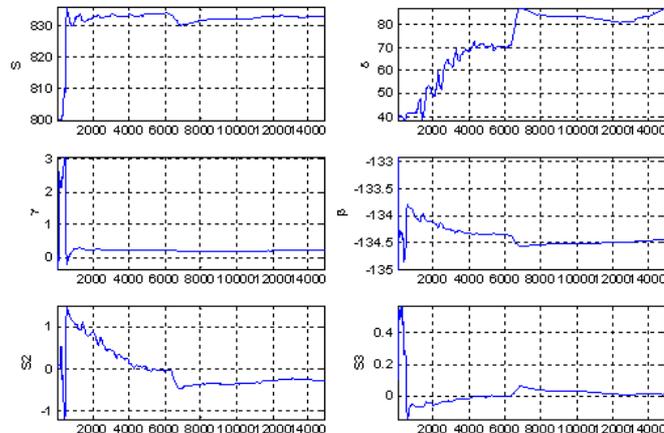


Fig. 6 - Gráfico da estimação dos parâmetros do acelerômetro 3, utilizando filtro de Kalman, com os dados ordenados.

VI. CONCLUSÃO

A utilização de Filtro de Kalman Estendido na estimação dos parâmetros de acelerômetros, apresenta vantagens em relação ao método dos mínimos quadráticos utilizado em [3], não só por ser um algoritmo mais rápido, mas também por possibilitar avaliar a variação dos parâmetros com a temperatura, ao longo do tempo, efeito que exerce bastante influência nas medições de acelerômetros de estado sólido, devendo, portanto, ser considerado no modelo.

É possível simplificar o modelo do acelerômetro, eliminando-se termos de deriva cruzada, sem que se perca qualidade do modelo, já que os ângulos de desalinhamento dos sensores já incorporam estes efeitos.

REFERÊNCIAS

[1] _____, *IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear, Single Axis, Pendulous, Analog Torque to Balance Accelerometers*, IEEE Std337 1972.
 [2] Sciavicco, L., and Siciliano, B., *Modelling and Control of Robot Manipulator*, 2nd Ed. London: Springer, 2002.
 [3] Renk, Erin L., Collins, W., Rizzo, M., Lee, F. and Dennis S. Bernstein, "Calibrating a Triaxial Accelerometer-Magnetometer - Using Robotic Actuation for Sensor Reorientation During Data Collection", in *IEEE Control System Magazine*, vol. 25, pp. 86-95, Dc. 2005.
 [4] MicroStrain Inc. *3DMG User Manual*. Ver. 1. 2003.
 [5] Sodr , Ulysses, "Método de Tartaglia para obter raízes de equa o do 3  grau.", Disponível em: <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/medio/polinom/tartaglia.htm>. Visitado em 19/08/2008.
 [6] Wikiped, "Kalman filter", Disponível em: http://en.wikipedia.org/wiki/Kalman_filter. Visitado em 29/08/2008.