

Metodologias da PO *Soft* e *Hard* Aplicadas a um Problema de Localização de Máxima Cobertura

Maria José Pinto Lamosa*, Delton Lustosa de Resende**, Mônica Maria De Marchi* e Rodrigo Arnaldo Scarpel***

*Instituto de Estudos Avançados (IEAv), Cx Postal 6044, CEP 12231-970, São José dos Campos, SP, [maju, monica]@ieav.cta.br

**CINDACTA IV, Av. do Turismo 1350, CEP 69041-010, Tarumã, Manaus, AM, deltonlustosa@gmail.com

***Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), Praça Marechal Eduardo Gomes 50, CEP 12228-900, São José dos Campos, SP, rodrigo@ita.br

Resumo — Este trabalho tem como objetivo a pesquisa e aplicação de diferentes metodologias da Pesquisa Operacional (PO) para auxiliar decisões relacionadas à localização eficiente de radares no combate ao tráfico de drogas em uma determinada região. A abordagem proposta buscou pesquisar e aplicar diferentes técnicas da PO *soft* e da PO *hard*, desde a estruturação do problema até sua formulação matemática. Como resultado, a metodologia de apoio à decisão desenvolvida gera um conjunto de soluções eficientes relacionadas à disposição de um número pré-definido de radares na região, de forma a apoiar o decisor envolvido na resolução do problema.

Palavras-Chave — Apoio à decisão, Mapa Cognitivo, Formulação Matemática.

I. INTRODUÇÃO

Problemas de localização, em geral, tratam de decisões sobre onde localizar facilidades em uma região, considerando que existem demandas a serem atendidas, de forma a otimizar um determinado critério [1, 2]. O termo “facilidades” pode se referir a fábricas, depósitos, escolas, etc., enquanto que o termo “clientes” pode se referir, respectivamente, a depósitos, unidades de vendas, estudantes, etc. Mais especificamente, no problema de localização de máxima cobertura (MCLP, do inglês *Maximum Covering Location Problem*), um número pré-definido de facilidades deve ser distribuído de forma a maximizar o número de demandas a serem atendidas.

Este trabalho tem como objetivo auxiliar os órgãos responsáveis na tomada de decisão no que se refere ao combate ao tráfico de drogas. Para isto, esse trabalho apresenta uma metodologia de apoio à decisão para a alocação eficiente de radares, considerando vôos de baixas altitudes. O problema de localização de radares pode ser caracterizado como um MCLP pois, dado um conjunto inicial de localizações candidatas, busca-se determinar o melhor posicionamento de um número pré-definido de radares, visando maximizar a área de cobertura de uma certa região.

A metodologia proposta também teve como enfoque a pesquisa e aplicação de diferentes técnicas da Pesquisa Operacional (PO), tanto da PO *soft* quanto da PO *hard*. Para uma melhor compreensão do problema com relação aos objetivos a serem alcançados e aos critérios a serem considerados, foi utilizada uma técnica de estruturação de problemas, denominada de Mapa Cognitivo [3]. Com a análise do mapa cognitivo gerado, foi possível determinar um conjunto de pontos candidatos para a instalação dos radares.

Na próxima etapa do trabalho uma formulação matemática foi proposta para tratar o problema e resolver

para gerar soluções eficientes relacionadas à disposição de um número pré-definido de radares. Esta formulação, que utilizou como base um modelo proposto na literatura para o MCLP, busca otimizar a cobertura (tanto da região em estudo quanto das rotas de tráfico) levando em consideração as restrições do problema. Ainda, a formulação busca garantir que a escolha dos pontos candidatos à instalação de radares atenda um nível mínimo de infra-estrutura. Para isto, foi necessário incluir uma restrição ao problema garantindo que, dada uma classificação (bonificação) para cada ponto candidato, a solução resulte num nível de infra-estrutura maior do que o nível mínimo pré-estabelecido. Para gerar esta bonificação dos pontos em relação à infra-estrutura, utilizamos um método de Apoio Multicritério à Decisão (AMD) [4, 5].

Para ilustrar a metodologia de apoio à decisão proposta utilizamos a região conhecida como “Cabeça do Cachorro”, pertencente ao município de São Gabriel da Cachoeira-AM, como estudo de caso.

II. ESTRUTURAÇÃO DO PROBLEMA

A fase de estruturação do problema possui um grau de importância elevada no processo de apoio à decisão, pois auxilia na definição do problema a ser resolvido, dos objetivos a serem alcançados e dos critérios a serem utilizados na avaliação de possíveis alternativas [3]. Para auxiliar nesta fase, construímos o Mapa Cognitivo do problema, que consiste de um dos procedimentos mais conhecidos na literatura para estruturação de problemas [3].

O procedimento para estudar e entender o problema e facilitar a construção do mapa cognitivo consiste da realização de entrevistas entre o facilitador e o decisor. Entretanto, devido à dificuldade de encontrar especialistas em tempo hábil para a realização destas entrevistas foi necessário utilizar outro procedimento, sem o rigor científico recomendado, que consistiu de várias pesquisas (em artigos, teses, entre outros) para entendimento das características do cenário estudado. Ainda, houve o acompanhamento de alguns profissionais militares, da área de Pesquisa Operacional, que contribuíram com informações relevantes para o entendimento do problema.

Obtido um conhecimento aceitável sobre o cenário iniciou-se a construção do mapa cognitivo utilizando as etapas da estruturação de acordo com o procedimento proposto por Ensslin [3]. O mapa resultante e a análise realizada são apresentados a seguir.

Análise do mapa cognitivo e definição dos pontos candidatos

Em um mapa cognitivo, observam-se algumas características importantes que ajudam a compreender o problema a ser resolvido. Existem conceitos, denominados “conceitos cabeça”, que não geram nenhuma implicação, ou seja, não originam ligações de influência. Estes conceitos consistem, geralmente, dos objetivos a serem atingidos. Os nós (conceitos) que não recebem nenhuma seta são denominados “conceitos cauda” e, geralmente, denotam as opções para alcançar os objetivos [6].

Analisando o mapa cognitivo da Fig. 3, observa-se que o conceito 8 pode ser considerado como um conceito cabeça. Desta maneira, o objetivo geral do problema é “controlar o espaço aéreo da “Cabeça do Cachorro”. Já os conceitos 1, 9, 10, 11, 12 e 13 são conceitos cauda e representam, no problema em questão, as principais características que um local deve ter para ser selecionado como um dos pontos candidatos para instalação de radares. A Tabela 2 mostra os primeiros polos destes conceitos cauda do problema.

TABELA 2: PRIMEIRO POLO DE CADA CONCEITO CAUDA DO PROBLEMA

Conceito	Primeiro Polo do Conceito
1	Estar próximo da fronteira
9	Ter acesso via rio
10	Ter pista de pouso com boa capacidade
11	Possuir acesso via rodovias
12	Possuir Organizações Militares
13	Possuir uma comunidade estruturada

Com base no resultado da análise do mapa, um estudo foi realizado visando conhecer as características geográficas de toda a região do município de São Gabriel da Cachoeira-AM e adquirir conhecimento suficiente para selecionar um conjunto de pontos candidatos para instalação dos radares. Os conceitos descritos na Tabela 2 foram utilizados para auxiliar este estudo e, como resultado, foram selecionados 11 pontos que representam povoados, comunidades ou distritos do município. A Fig. 4 mostra a localização de cada ponto candidato.

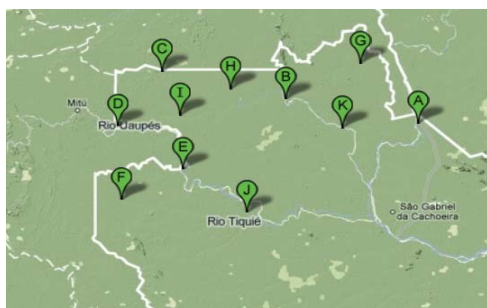


Fig. 4. Localização dos pontos no município de São Gabriel.

III. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Além de auxiliar na obtenção do conjunto de pontos candidatos, o mapa cognitivo contém informações que ajudaram a formular matematicamente o problema. Analisando o mapa cognitivo da Fig. 3 foi possível perceber que, como quase todas as linhas de argumentação passam por determinados conceitos, estes podem ser vistos como

requisitos a serem atendidos pelo conjunto de radares definido pela solução do problema. Os três requisitos são:

- A cobertura dos radares selecionados deve ser a máxima possível.
- Os radares selecionados devem ser capazes de detectar o máximo de vôos clandestinos.
- A solução obtida deve possuir um nível mínimo de infra-estrutura que facilite as atividades logísticas (instalação, manutenção e proteção dos radares).

Os dois primeiros requisitos serão considerados na função objetivo e o terceiro requisito será modelado através de uma restrição do problema.

Como comentado anteriormente, o problema tratado neste trabalho, referente ao posicionamento de radares de vigilância em uma determinada área de interesse, pode ser visto como um MCLP, onde as facilidades são os radares e o objetivo é determinar o posicionamento destes radares de forma a maximizar a área de cobertura da região a ser protegida. A diferença é que não existe uma demanda a ser atendida e sim uma área a ser coberta. Assim, a idéia para formular nosso problema foi fazer adaptações no modelo apresentado por Church e ReVelle e revisado em [7] para o MCLP.

Uma primeira adaptação foi com relação à definição das variáveis de decisão onde agora teremos somente a variável de decisão referente aos pontos de facilidades que, corresponderão, inicialmente, aos 11 pontos mostrados na Fig. 4. Entretanto, ao verificar a cobertura gerada pelos 11 radares (consideramos radares do tipo SABER M-60), instalados em cada ponto candidato, verificamos a existência de regiões cobertas por mais de um radar em determinadas altitudes. A Fig. 5 mostra as coberturas obtidas numa altitude de 3000 pés. Essa imagem foi gerada usando a Plataforma AEROGRAF [8].

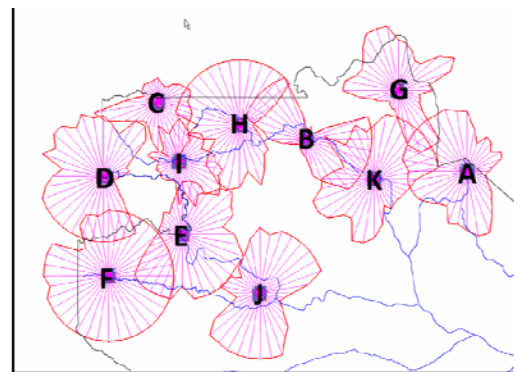


Fig. 5. Cobertura gerada pelos radares utilizando a Plataforma AEROGRAF.

Desta forma, para considerar as regiões de interseção geradas na formulação matemática do problema, optamos por considerar cada combinação de radares que continham regiões em comum como sendo uma nova alternativa para instalação de radares. Desta forma, para o problema em questão, passaremos a considerar as 26 possibilidades para instalação dos radares como mostra a Tabela 3. Para diferenciar os 11 pontos candidatos originais, passaremos a chamar estas possibilidades de “alternativas”.

TABELA 3: ALTERNATIVAS PARA INSTALAÇÃO DOS RADARES.

Alternativa	Pontos candidatos originais	Alternativa	Pontos candidatos originais
1	A	14	A,K
2	B	15	B,H
3	C	16	B,K
4	D	17	C,H
5	E	18	C,H,I
6	F	19	C,I
7	G	20	D,C
8	H	21	D,F
9	I	22	E,F
10	J	23	E,J
11	K	24	G,K
12	A,G	25	H,I
13	A,G,K	26	I,E

Assim, se uma determinada combinação for selecionada na solução do problema, significará que todos os pontos candidatos correspondentes serão escolhidos para alocar um radar, ou seja, se o ponto 18 for selecionado significará que as posições C, H e I receberão um radar. No caso, serão incluídas restrições na formulação matemática para garantir que estes 3 pontos não sejam novamente selecionados em outras combinações ou individualmente. Ainda, se esta combinação for escolhida, a quantidade de radares instalados já conterá 3 radares. Desta forma, a formulação terá que olhar a limitação do número máximo de radares a serem instalados.

Com isto, a formulação proposta para tratar o problema está apresentada a seguir.

$$\text{Maximizar } z_1 = \sum_{i \in I} a_i x_i \quad (1)$$

$$z_2 = \sum_{i \in I} b_i x_i \quad (2)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{i \in I} n_i x_i \leq P \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I} L_i x_i \geq N \sum_{i \in I} n_i x_i \quad (4)$$

$$\sum_{i \in X_\sigma} x_i \leq 1, \sigma = 1, 2, \dots, 11 \quad (5)$$

$$\sum_{i \in \Omega_\theta} x_i \leq 1, \theta = 12, 13, \dots, 26 \quad (6)$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \forall i \in I \quad (7)$$

onde:

I : conjunto das 26 alternativas para instalação de radares
 a_i : área coberta, em Km^2 , pelo(s) radar(es) que pertencem à alternativa i , $i=1, 2, \dots, 26$

b_i : bonificação referente à cobertura das rotas caso a alternativa i seja selecionada, $i=1, 2, \dots, 26$

n_i : quantidade de pontos candidatos originais que pertencem à alternativa i , $i=1, 2, \dots, 26$

P : número máximo de radares que podem ser instalados

L_i : bonificação referente a infra-estrutura caso a alternativa i seja selecionada, $i=1, 2, \dots, 26$

N : nível mínimo estabelecido de infra-estrutura

X_σ : conjunto das alternativas que possuem o ponto candidato original σ , $\sigma=1, 2, \dots, 11$

Ω_θ : conjunto dos pontos candidatos originais que compõem a alternativa θ , $\theta=12, 13, \dots, 26$

$x_i=1$, se a alternativa i , $i=1, 2, \dots, 26$, for selecionada para instalação de radares; 0, caso contrário.

A função objetivo consiste em maximizar a área coberta pela solução e maximizar o somatório das bonificações das rotas detectadas na região estudada. A forma como as bonificações b_i foram definidas está explicitado a seguir.

A restrição (3) garante que somente serão instalados P radares. Esta restrição é uma das restrições do modelo de Church e ReVelle citado em [7], mas que teve que ser adaptada pois, como x considera todas as alternativas da Tabela 3, inclusive as alternativas que possuem mais de um ponto candidato, as variáveis n_i foram definidas para evitar que, caso uma destas alternativas seja escolhida, o número de pontos candidatos não seja maior que o permitido.

As restrições (4) garantem um nível mínimo de infraestrutura para escolha das alternativas na solução do problema. A forma como as variáveis L_i foram definidas será explicado a seguir.

As restrições (5) e (6) garantem que cada alternativa aparecerá apenas uma vez na solução do problema. Estas restrições foram incluídas no modelo para garantir que os pontos candidatos pertencentes a cada alternativa não sejam novamente selecionados em outras combinações ou individualmente, como comentado anteriormente.

Finalmente, as restrições (7) determinam a característica binária das variáveis de decisão.

Bonificação referente à cobertura das rotas (b_i)

A bonificação b_i representa uma classificação das alternativas em relação às rotas cobertas por seus radares. Devido à dificuldade de obter as principais rotas utilizadas pelos traficantes nessa região, foram criadas 30 rotas fictícias e cada rota recebeu dois pesos distintos, variando de 0 e 10, apresentados na segunda e terceira coluna da Tabela 4. Esta diferença dos pesos teve como objetivo simular diferentes estatísticas de uso, ou seja, para simular uma mudança de cenário onde rotas menos utilizadas passariam a ser mais utilizadas e, vice-versa. As demais colunas da Tabela 4, receberam valor 1, se a rota é coberta pela respectiva alternativa; e, valor 0, caso contrário.

TABELA 4: PESOS E COBERTURA DAS ROTAS PELAS ALTERNATIVAS.

Rotas	Peso 1	Peso 2	Alternativas											
			A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1	9	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	10	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	8	2	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
4	6	4	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
5	8	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
6	3	7	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
7	2	8	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
8	1	9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
9	5	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
10	3	7	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
11	2	8	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
12	7	3	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
13	8	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
14	6	4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
15	3	7	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
16	2	8	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
17	7	3	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
18	3	7	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
19	2	8	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
20	6	4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
21	3	7	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0
22	4	6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
23	5	5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
24	10	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
25	10	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
26	4	6	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
27	5	5	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
28	7	3	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
29	4	6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
30	4	6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0

Para obter a bonificação b_i^j , multiplicamos o vetor de pesos j pela matriz de detecção das rotas, para cada alternativa i e, em seguida, somamos todos os elementos do vetor resultante. O resultado final está apresentado na Tabela 5. No caso, as bonificações das alternativas i , $i = 12, 13, \dots, 26$ foram obtidas somando as bonificações individuais de cada alternativa pertencente à variável de decisão correspondente.

TABELA 5: BONIFICAÇÕES b_i^1 E b_i^2 DAS ALTERNATIVAS.

Alternativa	b_i^1	b_i^2	Alternativa	b_i^1	b_i^2
1	36	14	14	57	53
2	18	32	15	37	58
3	15	25	16	45	55
4	14	26	17	41	49
5	50	40	18	46	64
6	44	26	19	20	40
7	27	23	20	26	44
8	31	39	21	58	52
9	15	25	22	58	52
10	29	41	23	58	52
11	38	52	24	38	52
12	46	24	25	46	64
13	57	53	26	60	50

Bonificação referente à infra-estrutura (L_i)

A bonificação L_i representa uma classificação das alternativas em relação ao nível de infra-estrutura. Para definir esta classificação utilizamos como base o mapa cognitivo gerado (Fig. 3). Para facilitar a análise do mapa, retiramos apenas os conceitos relacionados à infra-estrutura das alternativas, os quais estão apresentados na Fig. 6.

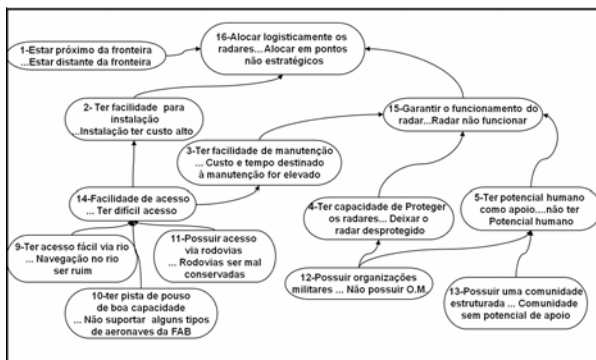


Fig. 6. Mapa Cognitivo dos conceitos relacionados à infra-estrutura.

Aplicando a análise proposta por Ensslin [3] no Mapa Cognitivo da Fig. 6, observou-se que os conceitos podem ser agrupados em 4 clusters. A detecção dos clusters permite uma visão “macroscópica” do mapa, sendo de grande relevância para a determinação dos critérios utilizados na classificação. Os clusters estão ilustrados na Fig. 7.

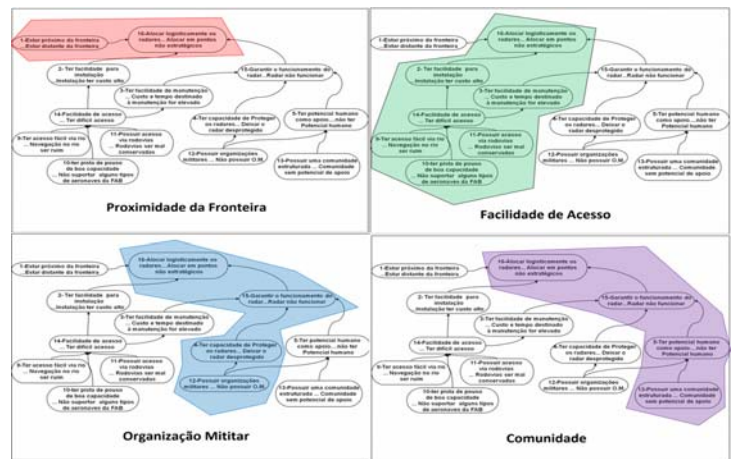


Fig. 7. Clusters do Mapa Cognitivo relacionado à infra-estrutura.

Ainda, observamos que os pontos candidatos podem ser acessados por 3 maneiras distintas: via rio, pista de pouso ou rodovias (conceitos 9, 10 e 11, respectivamente). Com isto, o critério “Facilidade de Acesso” pode ser decomposto em 3 sub-critérios. Assim, o problema relacionado à bonificação das alternativas em relação ao nível de infra-estrutura foi estruturado hierarquicamente, como mostra a Fig. 8.

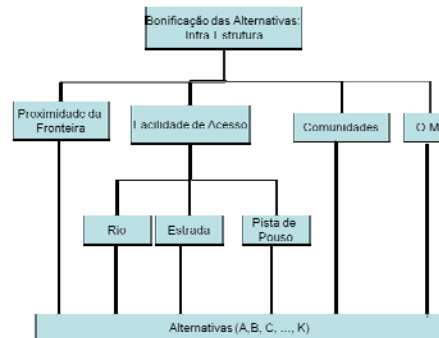


Fig. 8. Hierarquia de critérios e sub-critérios para a bonificação das alternativas em relação à infra-estrutura.

Para avaliar as alternativas de acordo com o diagrama da Fig. 8, optamos por utilizar um método da PO soft, o método MACBETH. O software usado para resolver esse problema foi a versão demo do M-MACBETH, disponível em [9].

Para auxiliar nos julgamentos de valor da diferença de atratividade das alternativas em relação a cada critério e subcritério, foi construída a Tabela 6, de acordo com as informações das alternativas obtidas pelas pesquisas realizadas no início do trabalho e citadas anteriormente.

TABELA 6: RESULTADO DA PESQUISA PARA AUXILIAR NOS JULGAMENTOS.

Alternativa	PF	OM	C	R	PP	E
A	8,24	1	2	7	2	1
B	38,5	1	3	5	2	0
C	3,18	1	2	0	3	0
D	0	1	0	5	3	0
E	0	1	7	5	4	0
F	28,75	1	4	0	2	0
G	19,25	0	1	2	2	0
H	25,5	0	0	0	1	0
I	17,5	0	0	1	0	0
J	89	0	2	5	1	0
K	59,5	0	1	5	2	0

Os valores definidos na coluna PF (em km) referem-se ao critério 'Proximidade da Fronteira' e compreendem a distância das alternativas à fronteira mais próxima.

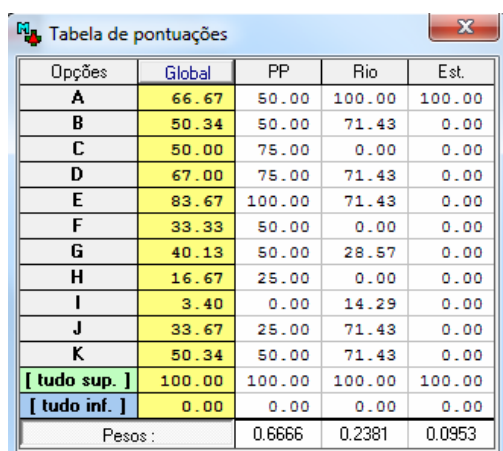
Os valores binários apresentados nas colunas E e OM referem-se ao sub-critério 'Estrada' e ao critério 'Organização Militar', os quais foram considerados binários, ou seja, a alternativa possui um valor igual a 1 se ela possui estradas de acesso ou uma organização militar, respectivamente, e 0, caso contrário.

Com relação ao critério 'Comunidade' (coluna C), a primeira idéia foi utilizar o tamanho da população de cada comunidade. Entretanto, o IBGE fornece somente a população de municípios, não sendo possível encontrar dados populacionais das comunidades que cada alternativa representa. Para contornar este problema, a classificação apresentada na tabela para este critério representa a quantidade de seções eleitorais existente em cada comunidade, disponível em [10].

Os valores definidos nas colunas R e PP são referentes aos sub-critérios 'Rio' e 'Pista de Pouso' e foram definidos utilizando alguns critérios. No caso dos rios da região foi observado o seu potencial de navegação onde a largura foi um dos fatores levados em consideração. Para fazer a classificação final foi utilizada uma escala de 0 a 7. No caso das pistas de pouso, foram observados a qualidade e a capacidade da pista de pouso, onde uma escala de 0 a 4 foi utilizada na classificação.

Utilizando a versão demo do M-MACBETH, obtivemos a classificação das alternativas em relação ao critério 'Facilidade de Acesso' e, em seguida, obtivemos a classificação final que resultou na bonificação das alternativas em relação à infra-estrutura.

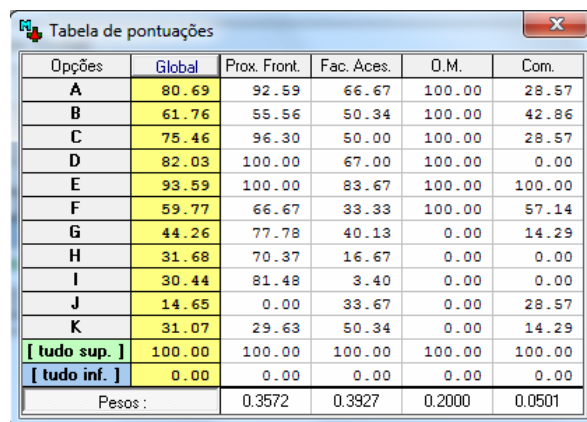
Em relação ao critério 'Facilidade de Acesso', após aplicar a metodologia, o software M-MACBETH classificou os julgamentos como consistentes e os resultados da classificação das alternativas encontram-se na Fig. 9. A alternativa E recebeu a melhor classificação com bonificação de 83,67% e a alternativa I recebeu a pior com 3,40%. O resultado parece coerente pois o sub-critério 'Pista de Pouso' recebeu melhor pontuação, com um peso de 66,66%, ou seja, o meio de transporte mais adequado para ser usado neste problema é o aéreo e o pior meio de transporte são as rodovias com 9,53%.



Opções	Global	PP	Rio	Est.
A	66.67	50.00	100.00	100.00
B	50.34	50.00	71.43	0.00
C	50.00	75.00	0.00	0.00
D	67.00	75.00	71.43	0.00
E	83.67	100.00	71.43	0.00
F	33.33	50.00	0.00	0.00
G	40.13	50.00	28.57	0.00
H	16.67	25.00	0.00	0.00
I	3.40	0.00	14.29	0.00
J	33.67	25.00	71.43	0.00
K	50.34	50.00	71.43	0.00
[tudo sup.]	100.00	100.00	100.00	100.00
[tudo inf.]	0.00	0.00	0.00	0.00
Pesos :		0.6666	0.2381	0.0953

Fig.9. Classificação das alternativas em relação à 'Facilidade de Acesso'.

Com esta primeira classificação foi possível determinar a bonificação final das alternativas em relação à infra-estrutura apresentada na Fig. 10. Observa-se que a alternativa 'E' possui o melhor nível, 93,58%, de infra-estrutura, seguida por D e A, respectivamente, com 82,03% e 80,69%. A pior pontuação foi da alternativa 'J' com 14,65%.



Opções	Global	Prox. Front.	Fac. Aces.	O.M.	Com.
A	80.69	92.59	66.67	100.00	28.57
B	61.76	55.56	50.34	100.00	42.86
C	75.46	96.30	50.00	100.00	28.57
D	82.03	100.00	67.00	100.00	0.00
E	93.59	100.00	83.67	100.00	100.00
F	59.77	66.67	33.33	100.00	57.14
G	44.26	77.78	40.13	0.00	14.29
H	31.68	70.37	16.67	0.00	0.00
I	30.44	81.48	3.40	0.00	0.00
J	14.65	0.00	33.67	0.00	28.57
K	31.07	29.63	50.34	0.00	14.29
[tudo sup.]	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
[tudo inf.]	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Pesos :		0.3572	0.3927	0.2000	0.0501

Fig. 10. Classificação final das alternativas em relação à infra-estrutura.

Como pode ser observado, o método MACBETH foi utilizado para comparar os 11 pontos candidatos para instalação dos radares. Para as demais alternativas que possuem mais de um ponto candidato, a bonificação L_i foi obtida pelo somatório das pontuações individuais de cada ponto candidato.

IV. METODOLOGIA E RESULTADO

Como pode ser observado, o modelo matemático proposto para o problema é bi-objetivo. A literatura apresenta diversos métodos para resolver este tipo de problema [11]. Neste trabalho, o método escolhido consistiu em gerar um conjunto de soluções eficientes a ser apresentado ao decisor, que definirá a mais adequada, levando em consideração o *trade-off* entre os objetivos conflitantes. A estratégia utilizada para gerar o conjunto de soluções eficientes consistiu em, a cada iteração, otimizar uma das funções objetivos e considerar a outra como uma restrição do problema. Neste caso, foi considerado que o problema terá como objetivo maximizar a bonificação das rotas detectadas na região (para atender a função objetivo z_2) e estará sujeito, além das restrições já citadas no modelo, a uma restrição de área mínima de cobertura (para atender a função objetivo z_1). Com isto, o modelo implementado consistiu de desconsiderar a função objetivo (1) e incluí-la no conjunto de restrições da seguinte forma:

$$\sum_{i \in I} a_i x_i \geq A \quad (8)$$

onde: A representa a área mínima a ser coberta pelos P radares da solução.

Para gerar o conjunto de soluções, a cada iteração um novo valor para A é definido e uma nova solução é obtida.

De forma mais detalhada, definidos o nível mínimo de infra-estrutura (valor de N) e a quantidade máxima de radares

a serem instalados (valor de P), o procedimento consistirá em resolver o problema utilizando a formulação como descrito anteriormente definindo, inicialmente, $A = 0$. Desta forma, a solução encontrada na primeira iteração buscará o valor máximo das bonificações referente às rotas detectadas pelos radares. Na segunda iteração, o mesmo procedimento será feito, mas agora utilizando o valor de A um pouco superior à área coberta pela solução obtida na primeira iteração. Com isto, é esperado que uma nova solução seja obtida com um valor para a função objetivo z_2 menor que o anterior, porém com uma área de cobertura maior.

O procedimento será repetido até que a solução encontre o valor máximo possível de área coberta (A_{max}). Este valor máximo foi obtido resolvendo o problema (1)-(7) mas desconsiderando o objetivo de maximizar a bonificação das rotas detectadas na região (dada pela função objetivo z_2).

Finalizado o procedimento, o conjunto encontrado, contendo todas as soluções viáveis do problema, permitirá que o decisor defina a solução que considerar mais adequada.

Para implementação da formulação matemática utilizamos o software LINGO 11.0 [12]. No caso de teste que será apresentado a seguir, consideramos: $P=4$ e $N=50\%$. Com relação às bonificações b_i das alternativas referentes à detecção das rotas na função objetivo, consideramos somente as bonificações resultantes do primeiro peso atribuído b_i^1 . O segundo peso foi utilizado somente na análise da solução obtida.

Para este caso, foram realizadas 3 iterações do procedimento para determinar as soluções do problema. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 7. A segunda e terceira coluna da tabela mostra os valores de z_1 (em km^2) e z_2 , respectivamente. Na quarta coluna são apresentados os valores referentes à bonificação obtida pela solução em relação à infra-estrutura, onde S representa o conjunto de alternativas pertencentes à solução. Finalmente, as alternativas e os pontos candidatos correspondentes para instalação dos 4 radares são apresentados na quinta e sexta coluna, respectivamente.

Neste caso, o valor de A_{max} encontrado foi de 32103,9 km^2 , ou seja, o procedimento foi finalizado pois o valor máximo de cobertura foi atingido.

TABELA 7: SOLUÇÕES VIÁVEIS ENCONTRADAS.

Iterações	z_1	z_2	$\sum_{i \in S} L_i$	Alternativas	Pontos candidatos
1ª	31733,47	146	266,46	5, 11 e 21	E, K, D e F
2ª	31782,86	139	267,07	5, 8 e 21	E, H, D e F
3ª	32103,9	127	204,55	8, 11 e 21	D, F, H e K

Para melhor visualização dos resultados, a Fig. 11 mostra um gráfico comparando as soluções em relação aos dois objetivos ($z_2 \times z_1$). Já as Figs. 12, 13 e 14 permitem ao decisor visualizar a configuração dos radares na região e sua cobertura para cada uma das soluções obtidas, respectivamente. Estas figuras foram geradas utilizando novamente a Plataforma AEROGRAF [8].

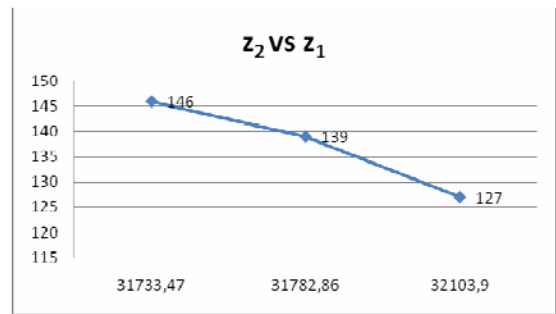
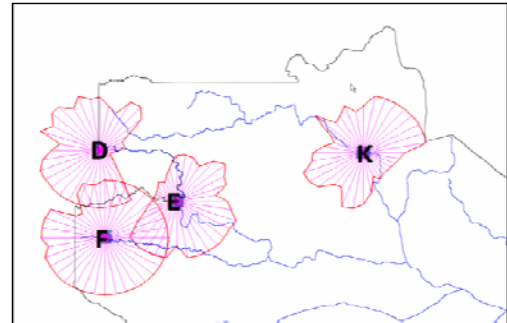

 Fig. 11. Gráfico comparativo das soluções para $z_2 \times z_1$.


Fig. 12. Configuração final dos radares gerada na 1ª iteração.

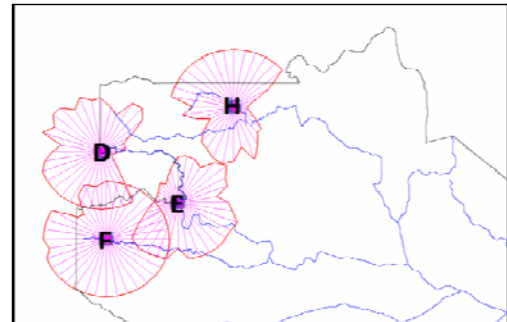


Fig. 13. Configuração final dos radares gerada na 2ª iteração.

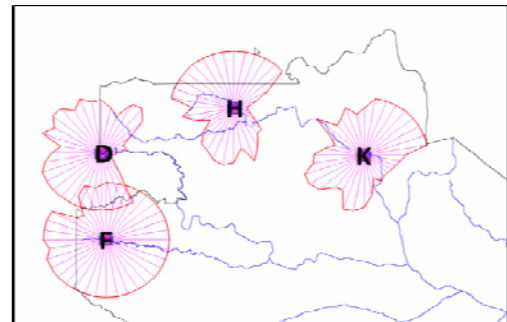


Fig. 14. Configuração final dos radares gerada na 3ª iteração.

Como já comentado anteriormente, as bonificações referentes à cobertura das rotas foram utilizadas para simular diferentes estatísticas de uso das rotas. Para verificar o que esta mudança de cenário afetaria no resultado apresentado anteriormente, com relação à detecção das rotas, utilizou-se agora a bonificação resultante do segundo peso atribuído (b_i^2) ao invés do primeiro peso (b_i^1). O resultado obtido está apresentado na Tabela 8 onde, para facilitar a comparação, o resultado referente ao primeiro peso é novamente apresentado na segunda coluna. Lembramos que, para gerar este resultado, o programa não foi rodado novamente.

Esse tipo de comparação pode auxiliar o decisor na escolha da melhor solução, pois mostra a eficiência dos radares posicionados em cada solução em relação à detecção das rotas, caso uma mudança de cenário ocorra. Caso o decisor somente queira saber o total de rotas cobertas (independente do peso de cada rota) a Tabela 8 ainda apresenta na quarta coluna o total de rotas cobertas por cada solução e, na quinta, a razão deste valor em relação ao total de 30 rotas.

TABELA 8: COMPARAÇÃO DAS SOLUÇÕES PARA b_i^1 E b_i^2 .

Iterações	$z_2 : (b_i^1)$	$z_2 : (b_i^2)$	Rotas Cobertas	Razão
1ª	146	144	22	0,733333
2ª	139	131	20	0,666667
3ª	127	91	25	0,833333

A disponibilização dos resultados ao decisor, utilizando tabelas, gráficos e figuras contendo a visualização de como os radares estão cobrindo a região, tem como objetivo permitir uma melhor avaliação do decisor, buscando auxiliar de forma mais efetiva o processo de tomada de decisão.

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como enfoque a aplicação de conceitos e metodologias de Pesquisa Operacional para desenvolvimento de um método de apoio à decisão para auxiliar na alocação eficiente de radares no combate ao tráfico de drogas na região da “Cabeça do Cachorro”.

A abordagem proposta para o desenvolvimento do método utilizou tanto metodologias da PO *soft* quanto da PO *hard*. As metodologias da PO *soft* nos auxiliaram no entendimento e estruturação do problema, na identificação dos objetivos, critérios e alternativas. E, as técnicas de modelagem da PO *hard* foram utilizadas para formular matematicamente o problema. Ainda, as bonificações das alternativas, dado de entrada para o modelo matemático, foram obtidas pelas classificações resultantes de um método AMD que consiste de uma metodologia da PO *soft*.

As seguintes melhorias são sugeridas, como propostas para trabalhos futuros:

- (1) As diversas pesquisas realizadas foram necessárias e importantes para apoiar as decisões tomadas. Entretanto, ressaltamos a importância da participação do decisor no processo de tomada de decisão, nas fases de construção do mapa cognitivo e definição dos julgamentos de valores do método de apoio multicritério utilizado e, principalmente, para validar os resultados obtidos em cada fase do trabalho.
- (2) A presença do decisor também seria importante na definição dos pesos dados a cada rota, que foram gerados aleatoriamente neste trabalho. Ainda, com relação às rotas uma sugestão seria verificar, junto a especialistas, se foi coerente considerar que uma rota é detectada se está dentro da área de visibilidade do radar, independente da porcentagem da rota onde isto ocorre. Uma sugestão seria

utilizar a porcentagem da rota que é coberta por cada alternativa, ao invés do julgamento binário.

- (3) Outra melhoria que poderia enriquecer o trabalho e facilitar a interferência humana no processo de tomada de decisão, seria disponibilizar todas as fases do processo, inclusive a visualização dos resultados, em um mesmo ambiente de forma a permitir interações entre elas.
- (4) Futuramente, a Plataforma AEROGRAF [8] fornecerá, dada uma região, o total de área coberta por um radar (ou um conjunto de radares) em uma determinada posição. Entretanto, quando o trabalho foi desenvolvido, esta funcionalidade ainda não estava disponível. Entretanto, a utilização desta funcionalidade seria interessante principalmente para tratar problemas maiores, contendo mais pontos candidatos para instalação dos radares.

Com a implementação destas propostas, nossa expectativa é minimizar o efeito das simplificações realizadas para obter o resultado final, de forma a permitir que a metodologia proposta possa ser utilizada, de forma eficaz, para tratar o problema de alocação de radares, satisfazendo as necessidades e expectativas do(s) decisor(es) envolvidos em sua resolução.

REFERÊNCIAS

- [1] M. Daskin, Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications, Wiley Interscience, New York, EUA, 1995.
- [2] M. C. Goldberg e H. P. L. Luna, Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos, Ed. Campus, R.J., 2000.
- [3] L. Ensslin, G. Montibeller Neto, S. M. Noronha, Apoio à Decisão: Metodologias para Estruturação de Problemas e Avaliação Multicritério de Alternativas, Florianópolis: Insular, 2001.
- [4] C. A. Bana e Costa, J. C. Vansnick, “Uma nova abordagem ao problema da construção de uma função de valor cardinal: MACBETH”, Investigação Operacional, vol. 15, p. 15-35, 1995.
- [5] P. L. Yu, Multiple Criteria Decision Making: Concepts, Techniques and Extensions, Plenum Press, 1985.
- [6] M. Zawadzki, M. C. N. Belderrain, “O uso de mapas cognitivos para a estruturação de problemas”, X Simpósio de Aplicações Operacionais em Áreas de Defesa (SIGE), São José dos Campos, p. 1-9, 2008.
- [7] R. P. Santos, Aplicação de algoritmos de cobertura ao problema de localização de esquadrões de aeronaves de interceptação na região amazônica, 2006, 132f, Tese (Mestrado), Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.
- [8] F. Petersen Júnior, M. R. C. Aquino, R. N. Salles, “Plataforma AEROGRAF: um SIG voltado para a Força Aérea”, Spectrum (Revista do Comando-Geral de Operações Aéreas), vol. 11, p. 26-28, 2008.
- [9] M-MACBETH. A Multiple Criteria Decision Support Sytem. Disponível em: <http://www.m-macbeth.com/en/downloads.html>. Acesso em: 08/07/2011.
- [10] Justiça Eleitoral. Tribunal Regional Eleitoral do Amazonas. Disponível em: <http://www.tre-am.gov.br/locais-votacao.php?zona=19>. Acesso em: 08/07/2011.
- [11] M. Ehrgott, X. Gandibleux, “A survey and annotated bibliography of multiobjective combinatorial optimization”, OR Spektrum, vol. 22, p. 425-460, 2000.
- [12] LINGO User’s Guide, Lindo Systems Inc, Chicago, Illinois, 2011. Disponível em: <http://www.lindo.com/downloads/PDF/LINGO13.pdf>. Acesso em: 08/07/2011.